

Énoncé du problème

Babylone est une ville antique et célèbre de la Mésopotamie datant de l'an -2000 avant J.C. Dans les nombreux quartiers de cette ville intéressons-nous au quartier de Kullab¹. Celui-ci possédait 8 temples dont le temple de Nabû.

Ce temple, vue de haut, a la forme d'un carré de dimension inconnue et comprend une porte au milieu de chaque côté.

A l'extérieur du temple, 20 mètres après la sortie Nord, se trouve un arbre.

En quittant la ville par la porte Sud et en marchant 14 mètres vers le Sud puis 1775 vers l'Ouest, vous commencerez à apercevoir l'arbre.

Calculez les dimensions du temple.

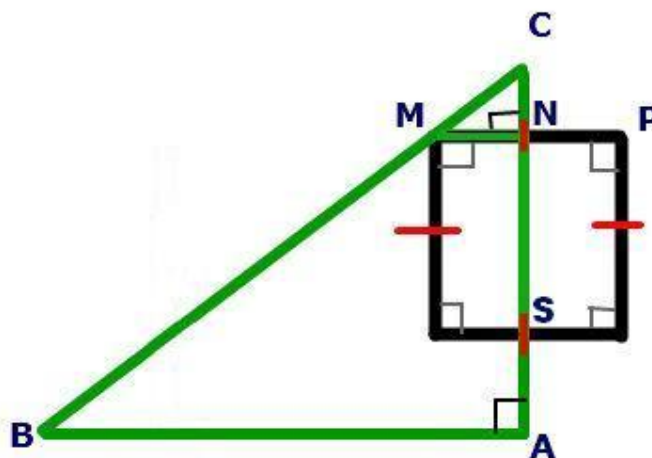
Prolongement :

Quelle distance vous sépare de l'arbre au moment où vous l'apercevez de nouveau ? Donnez la valeur exacte puis une valeur approchée au mètre près.

Au vue des données de l'énoncé voici un schéma (non à l'échelle) de la situation :

M appartient à la droite (BC) et N appartient à la droite (AC). De plus, les droites (BC) et (AC) sont sécantes en C et (MN) // (BA).

Nous sommes dans une configuration de Thalès.



D'après le théorème de Thalès on a :

$$\frac{BN}{BC} = \frac{DF}{AC} \iff \frac{20}{34+x} = \frac{x/2}{1775} \iff 35500 = \frac{x}{2}(34+x) \iff 35500 = 17x + \frac{x^2}{2} \iff 71000 = 34x + x^2$$

On résout alors cette équation :

$$x^2 + 34x = 71000 \iff (x+17)^2 - 289 = 71000 \iff (x+17)^2 = 71289 \iff x+17 = \sqrt{71289} \quad \text{ou} \quad x+17 = -\sqrt{71289}$$

La solution négative n'a pas de sens car on cherche les dimensions d'une ville, ce qui donne donc :

$$x = \sqrt{71289} - 17 = 250$$

Par conséquent la ville est un carré de 250 mètres de côtés.

On cherche la distance qui nous sépare de l'arbre lorsqu'on l'aperçoit de nouveau : nous sommes donc au point B.

Le triangle ABC est rectangle en A et nous cherchons la longueur BC.

Donc d'après le théorème de PYTHAGORE on a :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

Or $AB^2 = 1775^2 = 3\,150\,625$ et $AC^2 = (20 + 250 + 14)^2 = 284^2 = 80\,656$.

Soit $BC^2 = 3\,231\,281 = 71^2 \times 641^*$ et donc $BC = 71 \times \text{racine}(641)$ environ égale à 1798 mètres.

* La décomposition en facteurs premiers de 3 231 281 a été effectuée à l'aide du site <http://www.dcode.fr/> évoqué et présenté lors de la correction en classe du devoir maison sur les agents secrets.